1°/ Etudier les variations de g.

2°/a) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une seule solution α.

b) Vérifier que $1{,}8<\alpha<1{,}9$.

c) Déduire de ce qui précède le signe de $g(x)$.

3°/ On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{\ln x}{1+x^2}$.

a) Montrer que f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et que :

$$\forall x>0,\ f'(x)=\frac{g(x)}{x(1+x^2)^2}.$$

b) Vérifier que $f(\alpha)=\dfrac{1}{2\alpha^2}$.

4°/ Etudier les variations de f et tracer sa courbe (C) dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Exercice 8 :

Soit $f : x \to \ln\left|\ \ln\left|\ x\ \right|\ \right|$.

1°/ Etudier les variations de f.

2°/ Tracer $\mathbf{C}_f$.

3°/ Soit g la restriction de f à l'intervalle $]1,+\infty[$.

Montrer que g est une bijection de $]1,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

Exercice 9 :

Soit m un paramètre réel.

Soit $f_m : x \to \ln(x+\sqrt{x^2+m})$

1°/ Déterminer suivant m, le domaine de définition de f_m noté D_m.

2°/ Etudier les variations de f_m.

3°/ Déterminer l'image de D_m par f_m.

4°/ Prouver que f_m admet une fonction réciproque.